

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Радиоэлектроника»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАДЕНИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦУ
РАЗДЕЛА СРЕД.
СЛУЧАЙ ПОЛНОГО ПРОХОЖДЕНИЯ.
СЛУЧАЙ ПОЛНОГО ОТРАЖЕНИЯ

Методические указания

Ростов-на-Дону

ДГТУ

2020

УДК 62

Составители: М.Ю. Звездина, Ю.А. Шокова

Исследование падения плоской волны на границу раздела сред. Случай полного прохождения. Случай полного отражения: метод. указания. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2020. – 13 с.

Приводятся методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Электродинамическое моделирование».

Предназначены для магистров, обучающихся по направлению 11.04.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи.

УДК 62

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Научный редактор канд. техн. наук, доцент О.Ю. Назарова

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Радиоэлектроника» канд. техн. наук,
доцент С.В. Лазаренко

В печать _____.20__ г.
Формат 60×84/16. Объем ____ усл. п. л.
Тираж ____ экз. Заказ № ____.

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2020

Цель работы

Исследование особенностей распространения электромагнитной волны на границе раздела сред. Привитие навыков моделирования электродинамических процессов.

Содержание работы

1. Ознакомление с теоретическими положениями по теме работы.
2. Исследование структуры волны, падающей по нормали к границе раздела сред для случаев: а) вторая среда представляет собой идеальный диэлектрик; б) вторая среда – среда с потерями. На данном этапе заполняется таблица, содержащая параметры волны в обеих средах, а также значений коэффициентов Френеля. Строятся графики временной зависимости x -компоненты вектора напряженности электрического поля на границе раздела сред.
3. Исследование структуры полного поля наклонно падающей волны параллельной поляризации для двух вариантов: а) волна падает из среды оптически менее плотной в среду оптически более плотную (первая лабораторная работа); б) волна падает из среды оптически более плотной в оптически менее плотную (вторая лабораторная работа). Вычисление зависимостей коэффициентов Френеля от угла падения волны и построение соответствующих графиков. Нахождение величины угла Брюстера и исследование структуры полного поля при данном угле падения. Нахождение величины критического угла и исследование структуры поля при данном угле падения.

Программа подготовки к работе

- 1 Изучить краткие сведения из теории.
- 2 Ознакомиться с расчетными соотношениями для электродинамической модели.
- 3 Провести моделирование с использованием программ:
 - 1 лабораторная работа: Амплитуды волны.xmcd и Брюстер.xmcd;
 - 2 лабораторная работа: Критический угол.xmcd.
- 4 Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.
- 5 Подготовить бланк отчета по работе.

Краткое описание теории

1 Волновые явления вблизи границы раздела. Нормальное и наклонное падение плоских электромагнитных волн на границу раздела

При распространении плоской электромагнитной волны в пространстве, представляющем собой области с различным значением параметров $\tilde{\varepsilon}_a$, $\tilde{\mu}_a$, σ и границами раздела в виде плоскостей, возникают отраженные и преломленные волны. Комплексные амплитуды этих волн связаны с комплексной амплитудой падающей волны **коэффициентами отражения и преломления**, записанными относительно компонент электрического поля:

$$\dot{R}_E = \dot{E}_{\text{отр}} / \dot{E}_{\text{пад}}, \quad \dot{T}_E = \dot{E}_{\text{пр}} / \dot{E}_{\text{пад}} \quad (1)$$

Обобщенно формулы (1) называются **коэффициентами Френеля** и в каждом конкретном случае могут быть найдены на основании граничных условий на плоскостях, разделяющих среды с различными значениями электродинамических параметров.

Для волн вертикальной (параллельной) и горизонтальной (перпендикулярной) поляризаций выражения коэффициентов Френеля различаются и имеют вид:

$$\dot{R}_{\parallel} = \frac{W_1 \cos \varphi - W_2 \cos \theta}{W_1 \cos \varphi + W_2 \cos \theta}, \quad \dot{T}_{\parallel} = \frac{2W_2 \cos \varphi}{W_1 \cos \varphi + W_2 \cos \theta}, \quad (3)$$

$$\dot{R}_{\perp} = \frac{W_2 \cos \varphi - W_1 \cos \theta}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \theta}, \quad \dot{T}_{\perp} = \frac{2W_2 \cos \varphi}{W_2 \cos \varphi + W_1 \cos \theta}, \quad (4)$$

в которых $W_i = \sqrt{\frac{\mu_{ai}}{\varepsilon_{ai}}}$ - волновое сопротивление i -й среды ($i=1,2$) с параметрами

$\varepsilon_{ai} = \varepsilon_0 \varepsilon_i$, $\mu_{ai} = \mu_0 \mu_i$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $\varepsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Геометрия задач показана на рисунке 1. Причем рисунок 1,а иллюстрирует случай падения волны параллельной поляризации, а рисунок 1,б – перпендикулярной поляризации.

В случае среды с потерями относительная диэлектрическая проницаемость среды становится комплексной, зависит от круговой частоты волны $\omega = 2\pi f$ и удельной проводимости среды σ и описывается выражением:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}. \quad (5)$$

В частном случае, когда одна из сред, допустим, вторая, является идеальным металлом ($\sigma \rightarrow \infty$), коэффициенты Френеля приобретают вид:

$$\dot{R}_{\parallel} = 1, \quad \dot{R}_{\perp} = -1, \quad \dot{T}_{\parallel} = \dot{T}_{\perp} = 0. \quad (6)$$

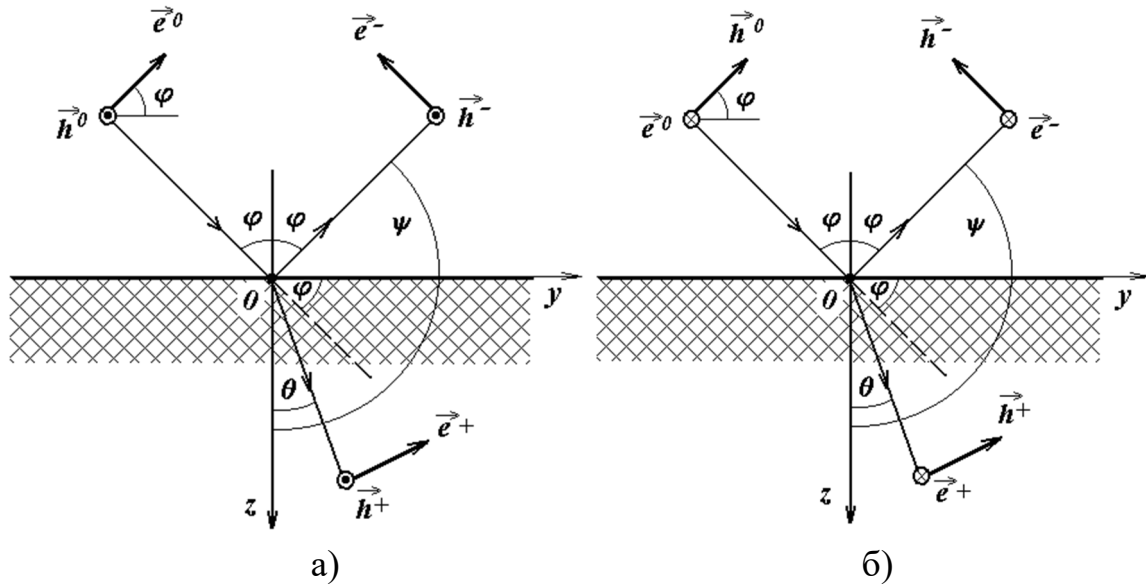


Рисунок 1 – Геометрия задачи:
а – случай падения волны параллельной поляризации;
б – случай падения волны перпендикулярной поляризации

При наклонном падении плоской волны на такую границу раздела сред структура результирующего поля имеет сложную структуру, поскольку прямая и отраженная волны распространяются под углом друг к другу. В точках, где векторы \vec{E} прямой и отраженной волн синфазны, находятся пучности электрического поля. В точках же, где векторы противофазны, будут располагаться узлы. Выражение, определяющее положение n -го узла вдоль оси z («нуля» поля) волны, падающей под углом φ , имеет вид:

$$z_n = \frac{n\pi}{k \cos \varphi}. \quad (7)$$

Поверхности равных амплитуд параллельны плоскости раздела сред, а поверхности равных фаз, оставаясь плоскими, перпендикулярны ей. Над граничной поверхностью результирующая волна оказывается плоской, но неоднородной. Так как векторы \vec{H} падающей и отраженной волн не параллельны друг другу, то можно говорить лишь об узлах и пучностях нормальных и тангенциальных составляющих. С узлами электрического поля совпадают узлы нормальной составляющей магнитного поля, а с пучностями – узлы касательной составляющей.

В другом частном случае – падении волны по нормали к границе раздела сред ($\varphi = 0$) - коэффициенты Френеля не зависят от поляризации волны и описываются соотношениями:

$$\dot{R} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}, \quad \dot{T} = \frac{2W_2}{W_2 + W_1}. \quad (8)$$

Углы падения φ , отражения φ и преломления θ , входящие в формулы (3), (4), связаны между собой законами Снеллиуса (Снелля):

- угол падения равен углу отражения, причем угол падения и угол отражения, а также угол преломления отсчитываются от нормали к поверхности раздела до направления падения (отражения, преломления) волны (1-й закон Снеллиуса);
- синусы углов падения и преломления относятся как постоянные распространения в соответствующих средах (2-й закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \theta} = \frac{k_2}{k_1}. \quad (9a)$$

Для непоглощающих сред закон синусов записывается в виде

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \theta} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{v_{\varphi 1}}{v_{\varphi 2}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{a2} \mu_{a2}}}{\sqrt{\varepsilon_{a1} \mu_{a1}}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}, \quad (9b)$$

где n_{12} - относительный коэффициент преломления (в оптике данный параметр определяется экспериментально). Из закона синусов следует, что отношение синусов углов падения и преломления равно постоянной величине, зависящей только от параметров граничащих сред.

2. Условия полного прохождения и полного отражения на границе раздела сред

2.1. Анализ соотношений (3), (4) показывает, что в ряде случаев коэффициент отражения может обратиться в нуль. Физически это соответствует явлению полного прохождения волны во вторую среду. Угол падения, при котором возникает данное явление, называется **углом Брюстера** и определяется соотношениями:

$$\varphi_{B\parallel} = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1 - \frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2}}{1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2}} \right), \quad (10a) \quad \varphi_{B\perp} = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1 - \frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_2}}{1 - \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^2}} \right). \quad (10b)$$

Несложно заметить, что угол Брюстера не определен в случае немагнитных сред ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$) при перпендикулярной поляризации и при параллельной поляризации в случае, когда $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

Характер зависимостей коэффициентов отражения для идеальных диэлектриков (ε_1 и ε_2 вещественны, $\mu_1 = \mu_2 = 1$) проиллюстрирован на рисунке 2.

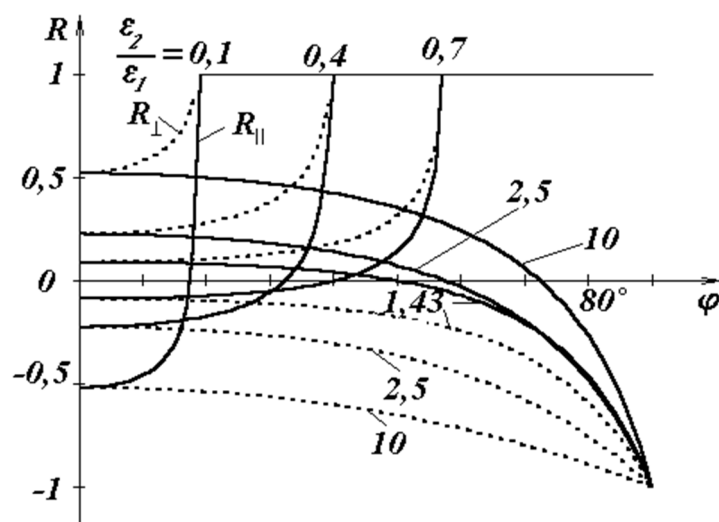


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента отражения R от угла падения

Проанализируем сначала семейство зависимостей, полученных для случая, когда оптическая плотность первой среды выше, чем второй ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2$). Не сложно заметить, что независимо от вида поляризации коэффициент отражения (R_\perp или R_\parallel) каждый раз при определенном значении угла $\varphi = \varphi^*$ становится равным единице и далее сохраняет свое значение. Если же более высокой является оптическая плотность второй среды ($\varepsilon_1 < \varepsilon_2$), то в области пологого падения ($\varphi \approx 90^\circ$) для обеих поляризаций и при всех значениях параметра $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ коэффициент отражения близок к значению -1 . Однако в поведении кривых, описывающих R_\perp и R_\parallel при $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, есть существенное различие. Так, при перпендикулярной поляризации R_\perp начинает изменяться от отрицательных значений и, достигая -1 , нигде, ни при каких значениях угла падения φ не обращается в нуль. В случае параллельной поляризации коэффициент R_\parallel , начиная изменяться от положительных значений при $\varphi \rightarrow 90^\circ$, становится равным -1 . Следовательно, при некоторых углах падения (углах Брюстера) $R_\parallel = 0$, т.е. отражение отсутствует – происходит полное прохождение волны во вторую среду.

Различие коэффициентов Френеля и угла Брюстера для волн параллельной и перпендикулярной поляризаций приводит к тому, что при падении волны произвольной поляризации на границу раздела двух сред соотношение между амплитудами перпендикулярной и параллельной составляющих в отраженной и прошедшей волнах будет иным, чем в падающей волне. Это приводит к изменению поляризации отраженной и прошедшей волн по сравнению с падающей. В частности, если плоская волна с круговой поляризацией падает под углом Брюстера для одной из двух образующих ее линейно поляризованных волн, то отраженная волна оказывается линейно поляризованной, а прошедшая – эллиптически поляризованной.

2.2. Рассмотрим теперь условия, при которых наблюдается **полное отражение** на границе раздела двух диэлектриков.

Если первая среда оптически более плотная, чем вторая ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2$), то из второго закона Снеллиуса (8) следует, что угол преломления ψ в данном случае больше угла падения φ . Это показано в лучевой схеме на рисунке 3.

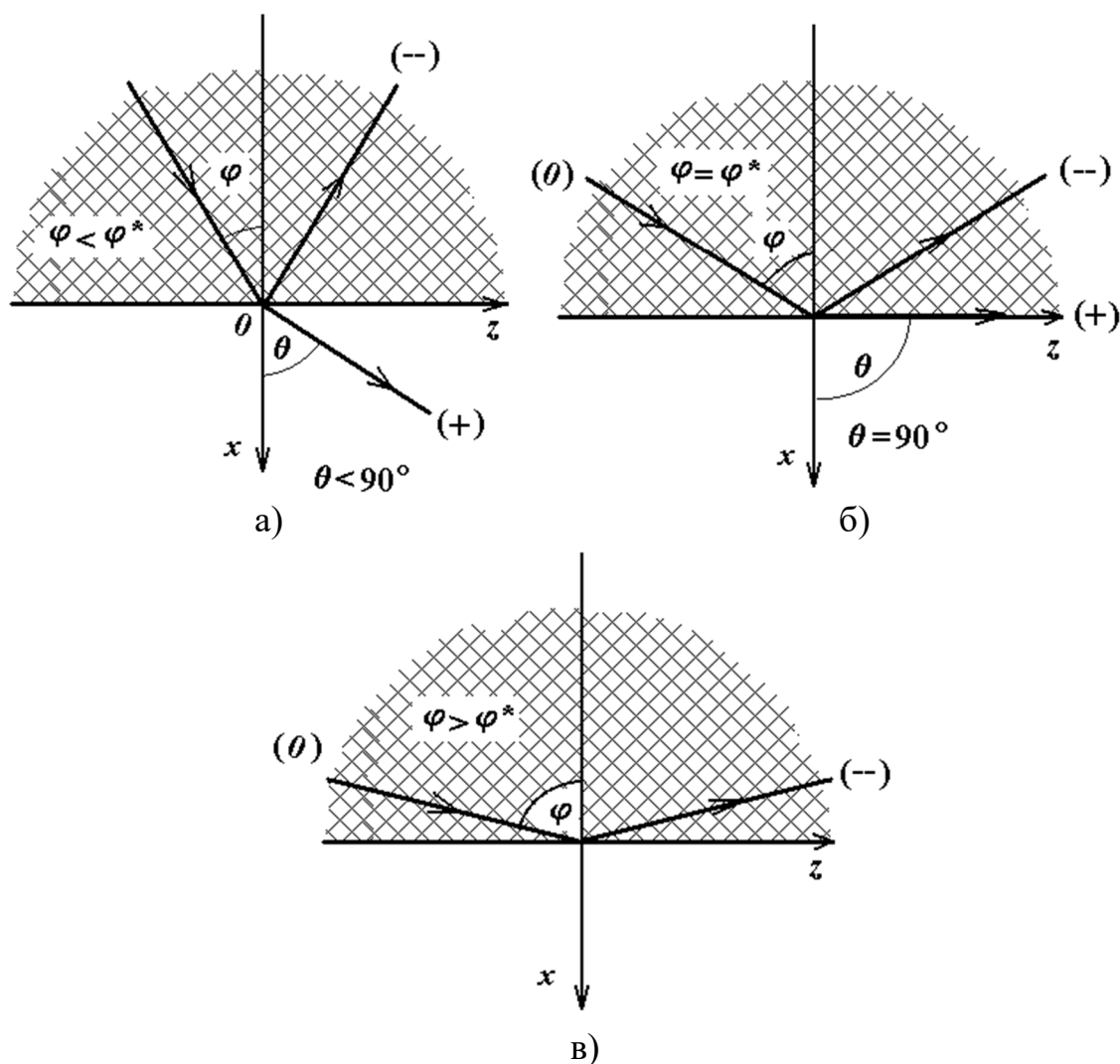


Рисунок 3 – Лучевая схема падения волны на границу раздела сред для случая полного отражения

Угол преломления ψ может изменяться от нуля до 90° . Значение $\psi=90^\circ$ является предельным. Угол падения $\varphi = \varphi_{кр}$, при котором $\psi=90^\circ$, называется **критическим углом**:

$$\sin \varphi_{кр} = \frac{k_2}{k_1}. \quad (11)$$

Так как $\sin \varphi_{кр}$ не может быть больше единицы, то полученное равенство возможно лишь в том случае, если $k_2 < k_1$, т.е., как уже отмечалось выше, при условии, что вторая среда является оптически менее плотной, чем первая.

При углах падения, больших критического, имеет место полное отражение, т.е. по абсолютной величине коэффициент отражения должен быть равен единице.

Таким образом, для возникновения полного отражения необходимо выполнение двух условий:

- вторая среда должна быть оптически менее плотной по сравнению с первой ($k_2 < k_1$ или $n_1 > n_2$);
- угол падения φ должен быть больше критического ($\varphi > \varphi_{кр}$).

Описание порядка работы

Пакет программ, предназначенных для проведения исследований структуры поля плоской электромагнитной волны при падении на границу раздела сред, выполнен в языковой среде *MathCad*.

На первом этапе используется программа Амплитуда волны.mcd, предназначенная для исследования структуры волны, падающей по нормали к границе раздела сред. Подставляя в графы, выделенные зеленым цветом, исходные данные, соответствующие варианту задания, необходимо: 1) рассчитать параметры волны в средах для обоих вариантов второй среды (среда без потерь и среда с потерями) и заполнить таблицы 1 и 2; 2) построить графики распределения x-компоненты вектора напряженности электрического поля на границе раздела сред для обоих случаев; 3) построить анимационный клип на основе графика из п.2 при изменении во времени.

Таблица 1 – Исходные данные

Параметр	Первая среда	Вторая среда	
		Среда без потерь (случай «а»)	Среда с потерями (случай «б»)
Частота f , Гц			
Относительная диэлектрическая проницаемость ε			
Относительная магнитная проницаемость μ			
Первый этап			
Удельная проводимость σ , См/м	-	0	
Второй этап			
Угол падения $\theta_{incident}$, град			

Таблица 2 - Параметры волны и коэффициенты Френеля
при нормальном падении волны

Параметр	Первая среда	Вторая среда	
		Среда без потерь (случай «а»)	Среда с потерями (случай «б»)
Волновое сопротивление W , Ом			
Коэффициент распространения \tilde{k} , 1/м			
Коэффициент фазы β , 1/м			
Коэффициент затухания α , 1/м			
Длина волны λ , м			
Толщина скин-слоя δ , м	-		
Коэффициенты Френеля			
Коэффициент отражения R			
Фаза коэффициента отражения θ_R , град			
Коэффициент преломления T			
Фаза коэффициента преломления θ_T , град			

На втором этапе используется программа Брюстер.mcd, предназначенная для исследования структуры наклонной падающей волны параллельной поляризации при падении из среды менее плотной в более плотную.

При проведении исследований необходимо подставляя исходные данные, соответствующие варианту задания, в графы, выделенные зеленым цветом, следует: 1) построить зависимость угла преломления от угла падения; 2) вычислить величину угла Брюстера; 3) построить графики зависимости коэффициентов Френеля от угла падения плоской волны; 4) построить анимационный клип распределения x -компоненты вектора напряженности электрического поля на границе раздела сред для заданного угла падения и найденного угла Брюстера. Значения коэффициентов Френеля и угла Брюстера занести в таблицу 3. Сравнить полученные результаты и дать физическую трактовку.

Таблица 3 - Коэффициенты Френеля и связанные с ними величины при наклонном падении волны

Параметр	Величина
Параллельная поляризация	
Коэффициент отражения R_{\parallel} при фиксированном угле падения	
Коэффициент прохождения T_{\parallel} фиксированном угле падения	
Угол Брюстера $\theta_{\parallel B}$, град (случай 2а)	
Критический угол θ_{kr} , град	
Перпендикулярная поляризация (вторая среда – идеально проводящая плоскость)	
Положение первого узла стоячей волны, м	
Положение второго узла стоячей волны, м	

При проведении исследований падения волны из среды оптически более плотной в менее плотную (Программа Критический угол.mcd) необходимо поменять параметры сред ($\varepsilon_1 \leftrightarrow \varepsilon_2$). Далее требуется 1) вычислить величину критического угла и угла Брюстера; 2) построить графики зависимости коэффициентов Френеля от угла падения плоской волны, выделяя направление, соответствующее критическому углу; 3) на основе анимационного клипа исследовать структуру поля при падении волны с направлений, близких к критическому углу. Значения коэффициентов Френеля, критического угла и угла Брюстера занести в таблицу 3. Сравнить полученные результаты и дать физическую трактовку.

Выполнить анализ полученных на всех трех этапах результатов и сформулировать выводы по работе.

Содержание отчета

1. Название работы, цель исследований.
2. Рисунки, поясняющие геометрию задачи.
3. Таблицы и графики в соответствии с индивидуальным заданием.
4. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1) Как ориентированы вектора напряженности электрического и магнитного полей в волнах параллельной и перпендикулярной поляризации?

- 2) Что такое углы падения, отражения и преломления?
- 3) Чем отличаются характеристики электромагнитной волны в среде с потерями?
- 4) Что такое скин-слой?
- 5) Формулировки и математические выражения обоих законов Снеллиуса.
- 6) Что такое критический угол?
- 7) Что такое угол Брюстера?
- 8) Физический смысл коэффициентов отражения и прохождения.

Список литературы

1. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Горячая линия – Телеком, 2004.
2. Звездина М.Ю., Шокова Ю.А. Электромагнитные поля и волны: курс лекций. Ростов н/Д: 2016: [Электронный ресурс]: <http://de.donstu.ru/CDOCourses/30c97dab-1bbe-437e-8794-e74ffdfc1521/2939/2742.pdf>
3. Электромагнитные поля и волны / М.Ю. Звездина, Ю.А. Шокова [и др.]. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2018. – 298 с.

Варианты заданий

№ п/п	f , МГц	ε_1	ε_2	σ_2 , См/м	θ_{in} , град	№ п/п	f , МГц	ε_1	ε_2	σ_2 , См/м	θ_{in} , град
1	3	1	3	1000	10	26	20	4	16	800	57
2	3	2	4	1000	40	27	20	2	14	800	19
3	3,5	1	2,56	1000	20	28	22	1	3	800	20
4	3,5	2	8	1000	70	29	22	2	6	800	8
5	3,5	2	16	1000	65	30	22	1	80	800	28
6	4	1	3	1000	45	31	25	1	10	800	0
7	4	1	5	1000	35	32	25	2	4	800	5
8	4	2	16	1000	44	33	25	1	6	800	66
9	4	1	80	1000	32	34	25	1	12	900	32
10	5	1	4	640	30	35	30	1	4	900	24
11	5	1	5	640	24	36	30	1	3	900	22
12	5	1	6	640	26	37	30	1	5	900	18
13	5	2	8	640	68	38	30	2	7	900	29
14	10	1	7	640	31	39	32	1	8	900	70
15	10	1	15	640	14	40	32	2	5	900	75
16	10	2	6	640	15	41	32	1	2,56	750	25
17	12	1	8	640	60	42	32	2	9	750	20
18	12	1	14	640	44	43	35	1	6	750	14
19	12	2	6	640	56	44	35	2	14	750	76
20	12	2	8	640	47	45	35	3	8	750	50
21	15	1	15	800	54	46	35	1	7	750	40
22	15	2	10	800	39	47	40	1	6	750	30
23	15	3	6	800	46	48	40	2	7	750	60
24	20	1	3	800	29	49	40	1	14	750	22
25	20	2	2,56	800	11	50	40	1	5	750	68

Примечание: Для всех вариантов заданий считать, что $\mu_1 = \mu_2 = 1$.