

Тема: "Падение плоской волны на границу раздела сред" Двухслойная среда с потерями

Сравнение с результатами статьи Lin W.-H., Wu C.-J., Chang S.-J. "Angular dependence of wave reflection in a lossy single-negative bilayer" // PIER. 2010. Vol.107. P.253-267

Вычисление по модели Друде	$\varepsilon_{p1}(\omega_{ep}, \omega, \gamma_e) := 1 - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega \cdot (\omega - i \cdot \gamma_e)}$ $\mu_{p2}(\omega_{mp}, \omega, \gamma_m) := 1 - \frac{\omega_{mp}^2}{\omega \cdot (\omega - i \cdot \gamma_m)}$
Плазменная частота электрической плазмы	$f_{ep} := 30.05 \cdot 10^9$ $\omega_{ep} := f_{ep} \cdot 2 \cdot \pi$ $\omega_{ep} = 1.888 \times 10^{11}$
Плазменная частота магнитной плазмы	$f_{mp} := 135 \cdot 10^9$ $\omega_{mp} := f_{mp} \cdot 2 \cdot \pi$ $\omega_{mp} := \omega_c \cdot 1.415$ $\omega_{mp} = 8.482 \times 10^{11}$ $\frac{\omega_{mp}}{2 \cdot \pi} = 1.35 \times 10^{11}$
Потери на частоте магнитной плазмы, Гц	$\gamma_m := 0$

Потери на частоте
электрической плазмы, Гц

$$\gamma_e := 0$$

Исходные данные:

Частота $f := 30 \cdot 10^9$ $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$

Максимальное число слоев $N_{sm} := 3$

$m_0 := \mu r_2(\omega_{mp}, \omega, \gamma_m)$ Параметры сред

$\epsilon_0 := \epsilon p_1(\omega_{ep}, \omega, \gamma_e)$ $\epsilon_0 = -3.336 \times 10^{-3}$

$\lambda := \frac{3 \cdot 10^8}{f}$ $m_0 = -19.25$

Толщина слоев Относительные проницаемости сред

$d := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.05 \\ 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $m_1 := \frac{d_1}{d_2} \cdot m_0$ $m_1 = -9.625$

$\epsilon_1 := \frac{d_1}{d_2} \cdot \epsilon_0$ $\epsilon_1 = -1.668 \times 10^{-3}$ $d := d \cdot \lambda$

$\underline{\underline{\epsilon}} := \begin{pmatrix} 1 \\ \epsilon_0 \\ -\epsilon_1 \\ -10^5 \cdot i \end{pmatrix}$ $\underline{\underline{\mu}} := \begin{pmatrix} 1 \\ -m_0 \\ m_1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3.336 \times 10^{-3} \\ 1.668 \times 10^{-3} \\ -i \times 10^5 \end{pmatrix}$ $\underline{\underline{\mu}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 19.25 \\ -9.625 \\ 1 \end{pmatrix}$

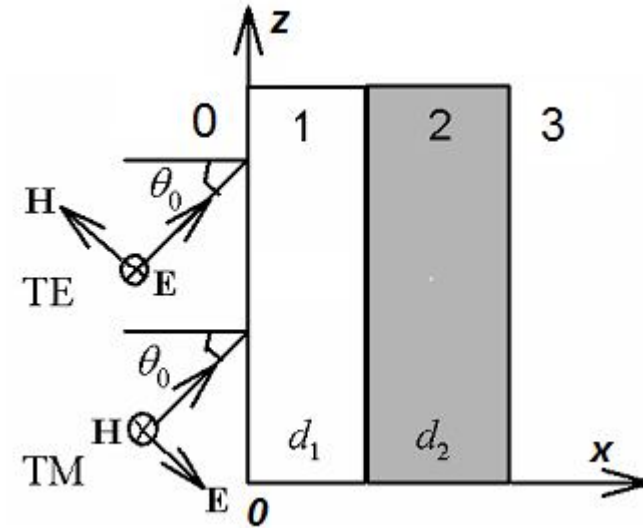


Рисунок 1 - Геометрия задачи

Число слоев

$$N_s := 3$$

Постоянные величины:

-электрическая постоянная

$$\epsilon_0 := 8.854 \cdot 10^{-12}$$

- магнитная постоянная

$$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$$

- скорость света

$$\underline{\underline{c}} := 3 \cdot 10^8$$

Расчетные величины

Циклическая частота

Период колебаний

$$T_p := \frac{1}{f}$$

Волновое число свободного пространства

$$k_0 := \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$$

Волновое сопротивление свободного пространства

$$W_0 := 120 \cdot \pi$$

Квадратные корни из отрицательных значений проницаемостей среды

$$\epsilon_p(L, \epsilon) := \text{if}(\epsilon_L < 0, -i \cdot \sqrt{|\epsilon_L|}, \sqrt{\epsilon_L})$$

$$\epsilon_{pp}(\epsilon) := \text{if}(\epsilon < 0, -i \cdot \sqrt{|\epsilon|}, \sqrt{\epsilon})$$

$$\mu_p(L, \mu) := \text{if}(\mu_L < 0, -i \cdot \sqrt{|\mu_L|}, \sqrt{\mu_L})$$

$$\mu_{pp}(\mu) := \text{if}(\mu < 0, -i \cdot \sqrt{|\mu|}, \sqrt{\mu})$$

Показатель преломления с учетом знака проницаемости

$$n(L, \epsilon, \mu) := \epsilon_p(L, \epsilon) \mu_p(L, \mu)$$

Волновое число среды с учетом знака проницаемости

$$k(L, \epsilon, \mu) := k_0 \cdot n(L, \epsilon, \mu)$$

$$k_k(\epsilon, \mu) := k_0 \cdot \epsilon_{pp}(\epsilon) \cdot \mu_{pp}(\mu)$$

Волновое сопротивление среды с учетом знака проницаемости

$$\underline{\underline{W}}(L, \epsilon, \mu) := \text{if} \left(\text{Re}(\epsilon_L) < 0, \text{if} \left(\text{Re}(\mu_L) < 0, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu_L|}}{\sqrt{|\epsilon_L|}}, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu_L|}}{\sqrt{-|\epsilon_L|}} \right), \text{if} \left(\text{Re}(\mu_L) < 0, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{-|\mu_L|}}{\sqrt{\epsilon_L}}, W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu_L|}}{\sqrt{\epsilon}} \right) \right)$$

$$WW(\epsilon, \mu) := \text{if} \left(\text{Re}(\epsilon) < 0, \text{if} \left(\text{Re}(\mu) < 0, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu|}}{\sqrt{|\epsilon|}}, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu|}}{\sqrt{-|\epsilon|}} \right), \text{if} \left(\text{Re}(\mu) < 0, -W_0 \cdot \frac{\sqrt{-|\mu|}}{\sqrt{\epsilon}}, W_0 \cdot \frac{\sqrt{|\mu|}}{\sqrt{\epsilon}} \right) \right)$$

Длина волны в среде

$$\underline{\underline{\lambda}}(l, \epsilon, \mu) := \frac{2 \cdot \pi}{|k(l, \epsilon, \mu)|}$$

Зависимость угла преломления от угла падения

$$\theta_s(L, \varepsilon, \mu, \varphi) := \text{if} \left(\left| \text{Im}(n(L, \varepsilon, \mu)) \right| > 0, 0, \text{sign}(n(L, \varepsilon, \mu)) \cdot \text{asin} \left(\sin(\varphi) \cdot \frac{n(0, \varepsilon, \mu)}{|n(L, \varepsilon, \mu)|} \right) \right)$$

- перпендикулярная поляризация (s)

Коэффициент отражения на *l*-й границе (между *l*-м и *l*+1-м слоем

$$R_{12}(W_1, W_0) := \frac{W_0 - W_1}{W_0 + W_1}$$

$$R_{12}(W(1, \varepsilon, \mu), W(0, \varepsilon, \mu)) = -1 - 0.026i$$

$$W(0, \varepsilon, \mu) = 376.991$$

$$\frac{W(1, \varepsilon, \mu)}{W(0, \varepsilon, \mu)} = 75.962i$$

$$-i \cdot \omega \cdot \sqrt{|\varepsilon_1|} \cdot \sqrt{|\mu_1|} \cdot d_1 = -2.388i \times 10^7$$

$$-i \cdot \omega \cdot \sqrt{|\varepsilon_2|} \cdot \sqrt{|\mu_2|} \cdot d_2 = -2.388i \times 10^7$$

$$W(1, \varepsilon, \mu) = 2.864i \times 10^4$$

$$S_{11} := \frac{W(1, \varepsilon, \mu) - W(0, \varepsilon, \mu)}{W(1, \varepsilon, \mu) + W(0, \varepsilon, \mu)} \cdot \frac{1 - \exp[-2i \cdot k(1, \varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}{1 - \left(\frac{W(0, \varepsilon, \mu) - W(1, \varepsilon, \mu)}{W(0, \varepsilon, \mu) + W(1, \varepsilon, \mu)} \right)^2 \cdot \exp[-2i \cdot k(1, \varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}$$

$$S_{11} = 0.988 + 0.111i \quad |S_{11}| = 0.994 \quad \frac{\arg(S_{11})}{\deg} \\ \exp(-2i \cdot k(1, \varepsilon, \mu) \cdot d_1) = 0.853$$

$$S_{21} := \frac{4 \cdot W(1, \varepsilon, \mu) \cdot W(0, \varepsilon, \mu)}{(W(0, \varepsilon, \mu) + W(1, \varepsilon, \mu))^2} \cdot \frac{\exp[-i \cdot k(1, \varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}{1 - \left(\frac{W(0, \varepsilon, \mu) - W(1, \varepsilon, \mu)}{W(0, \varepsilon, \mu) + W(1, \varepsilon, \mu)} \right)^2 \cdot \exp[-2i \cdot k(1, \varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}$$

$$S_{21} = 0.012 - 0.108i$$

$$|S_{21}| = 0.108 \quad \frac{\arg(S_{21})}{\deg} = -83.594$$

$$s_{11}(\varepsilon, \mu, d_1, d_2) := \frac{WW(\varepsilon, \mu) - W_0}{WW(\varepsilon, \mu) + W_0} \cdot \frac{1 - \exp[-2i \cdot kk(\varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}{1 - \left(\frac{WW(\varepsilon, \mu) - W_0}{WW(\varepsilon, \mu) + W_0} \right)^2 \cdot \exp[-2i \cdot kk(\varepsilon, \mu) \cdot (d_1 + d_2)]}$$

$$s21(\varepsilon, \mu, d1, d2) := \frac{4 \cdot WW(\varepsilon, \mu) \cdot W0}{(WW(\varepsilon, \mu) + W0)^2} \cdot \frac{\exp[-i \cdot kk(\varepsilon, \mu) \cdot (d1 + d2)]}{1 - \left(\frac{WW(\varepsilon, \mu) - W0}{WW(\varepsilon, \mu) + W0} \right)^2 \cdot \exp[-2i \cdot kk(\varepsilon, \mu) \cdot (d1 + d2)]}$$

$$en := -10^{-4} \quad ek := -10^{-2} \quad se := -10^{-4} \quad Ne := \text{ceil}\left(\frac{ek - en}{se}\right) \quad Ne = 99$$

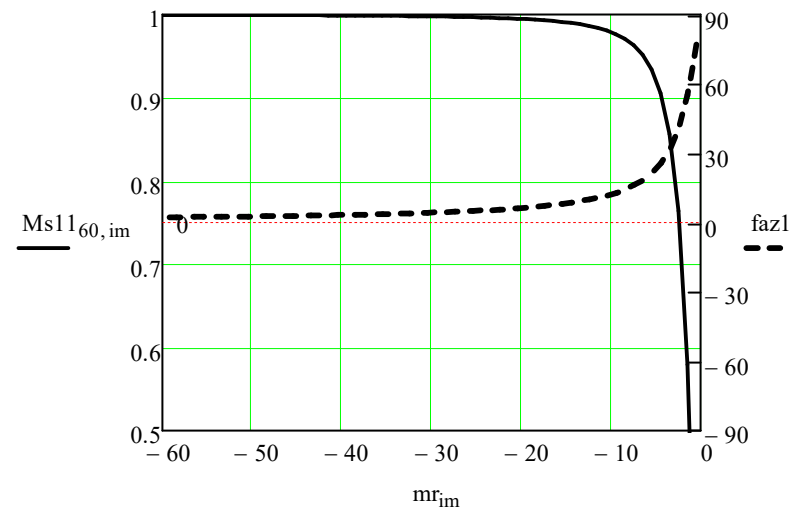
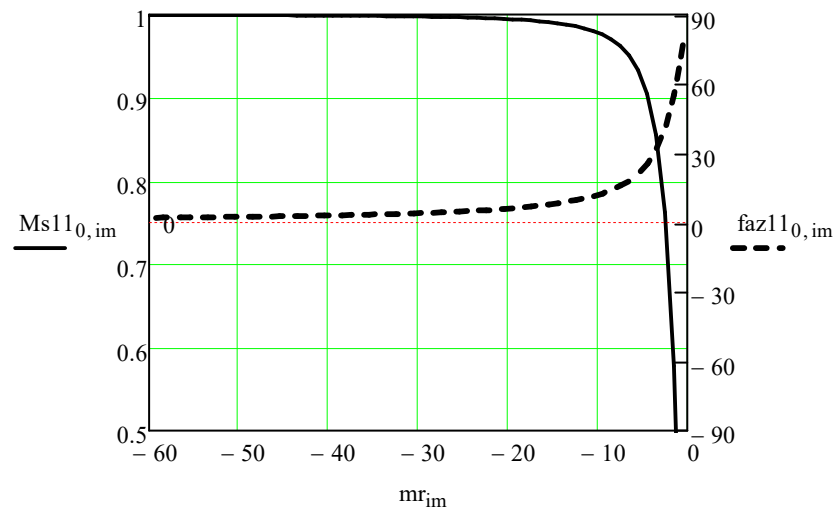
$$mn := -0.5 \quad mk := -60 \quad sm := -1 \quad Nm := \text{ceil}\left(\frac{mk - mn}{sm}\right) \quad Nm = 60$$

$$ie := 0..Ne \quad im := 0..Nm \quad er_{ie} := en + se \cdot ie \quad mr_{im} := mn + im \cdot sm \quad e1_{ie} := er_{ie} \quad e2_{ie} := -er_{ie} \cdot \frac{d_1}{d_2} \quad m1_{im} := -mr_{im} \\ m2_{im} := mr_{im} \cdot \frac{d_1}{d_2}$$

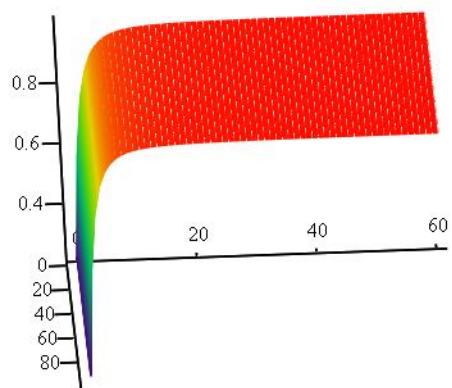
$$r12_{ie, im} := \frac{W0 - WW(e1_{ie}, m1_{im})}{W0 + WW(e1_{ie}, m1_{im})} \quad w12_{ie, im} := WW(e1_{ie}, m1_{im}) \quad \max(w12) = 2.932i \times 10^5 \quad \frac{\max(w12)}{W0} = 777.817i \\ ww12 := \frac{w12}{\max(w12)} \quad \min(w12) = 2.666i \times 10^3 \quad \frac{\min(w12)}{W0} = 7.071i$$

$$ss11_{ie, im} := s11(e1_{ie}, m1_{im}, d1, d2) \quad ss21_{ie, im} := s21(e1_{ie}, m1_{im}, d1, d2)$$

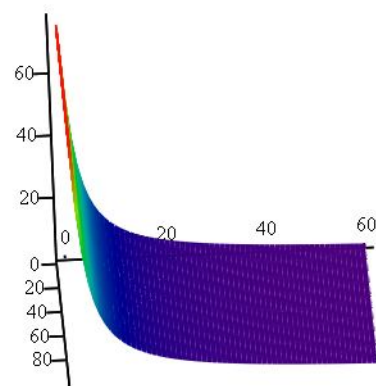
$$Ms11_{ie, im} := |ss11_{ie, im}| \quad faz11_{ie, im} := \frac{\arg(ss11_{ie, im})}{\text{deg}} \quad \max(faz11) = 77.008 \quad \min(faz11) = 2.011 \quad \max(Ms11) = 0.999 \quad \min(Ms11) = 0.23 \\ Ms21_{ie, im} := |ss21_{ie, im}| \quad faz21_{ie, im} := \frac{\arg(ss21_{ie, im})}{\text{deg}} \quad \minfl1 := \min(faz11) \quad \maxfl1 := \max(faz11) \quad \max(Ms21) = 0.973 \quad \min(Ms21) = 0.032$$



maxfl1 = 77.008

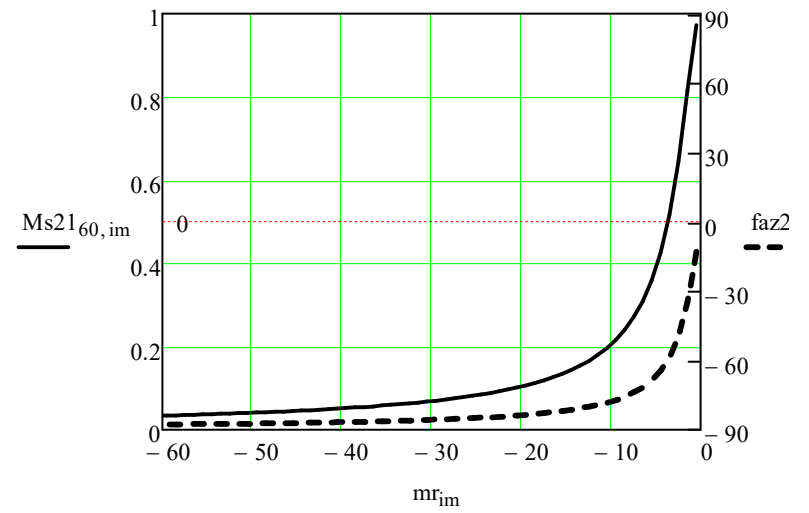
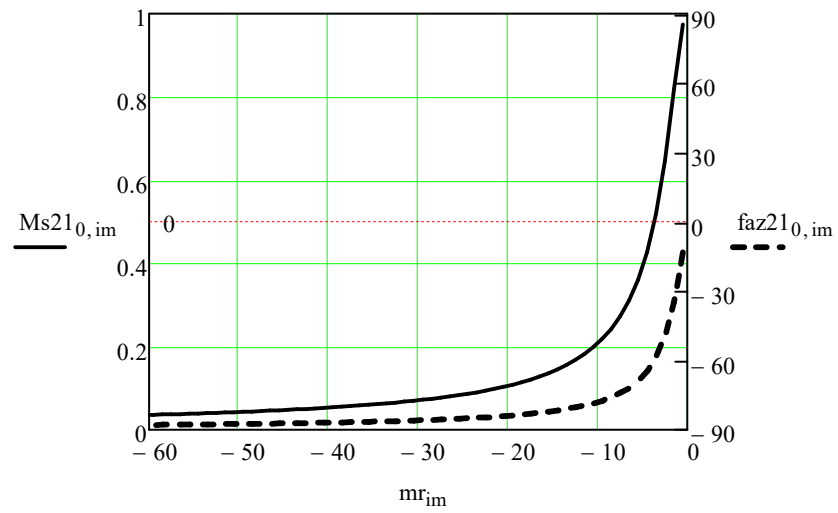
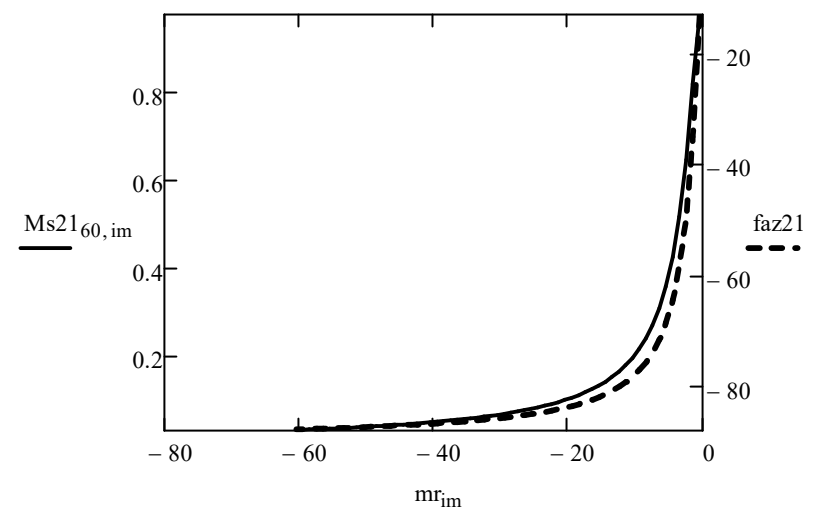
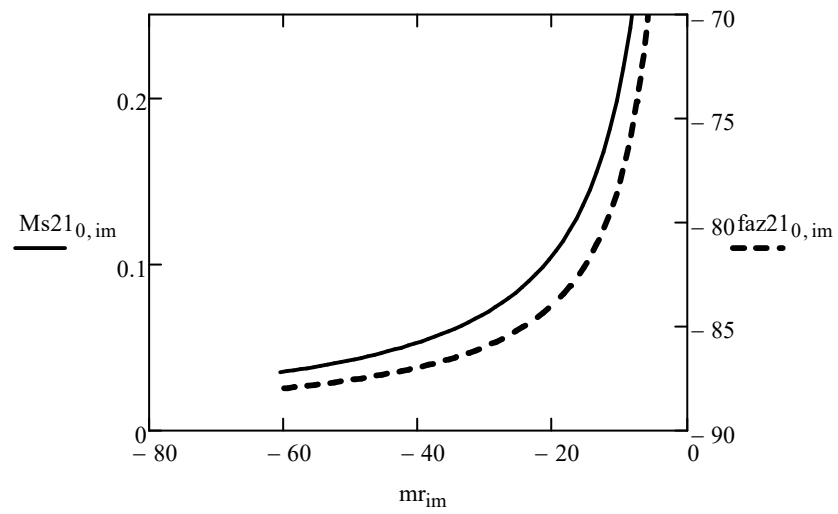


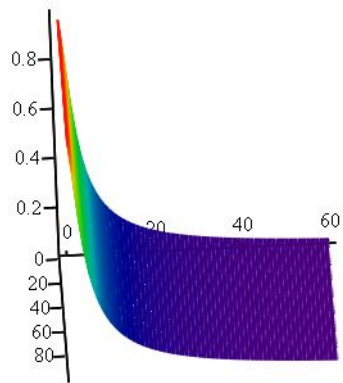
Ms11



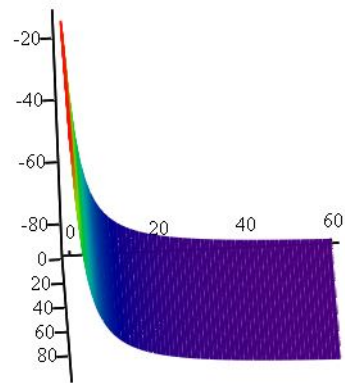
faz11

$$d = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \times 10^{-4} \\ 1 \times 10^{-3} \\ 0 \end{pmatrix}$$





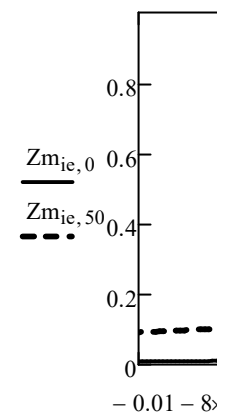
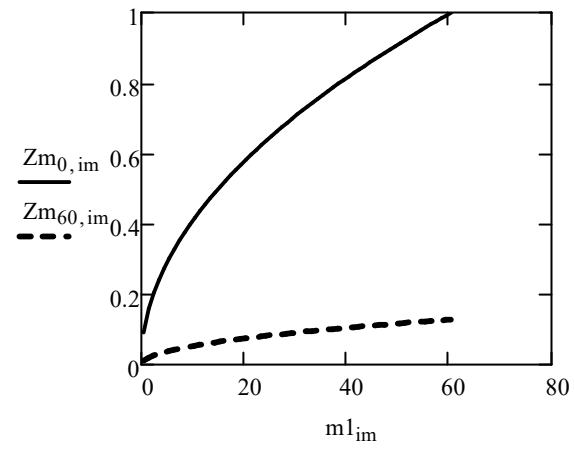
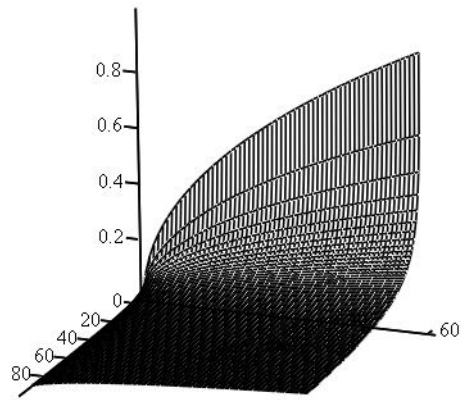
Ms21



faz21

$$Z_{ie,im} := WW(e1_{ie}, m1_{im}) \qquad Zm_{ie,im} := |Z_{ie,im}| \qquad maz := \max(Zm) \qquad maz = 2.932 \times 10^5$$

$$Zm := \frac{Zm}{maz}$$



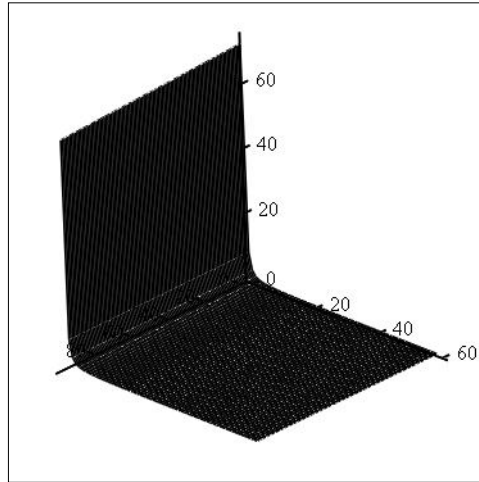
Z_m

$$KSV_{ie,im} := \frac{1 + Ms21_{ie,im}}{1 - Ms21_{ie,im}}$$

$$\max(KSV) = 73.909$$

$$\min(KSV) = 1.066$$

$$KSV_{ma} := \max(KSV) \quad KSV_{mi} := \min(KSV)$$



KSV

$$Z1 := 71.1 + i \cdot 42.5 \quad Zv := -12.5 - i \cdot 29.9 \quad \theta1 := 180 \cdot \text{deg}$$

$$\theta := \text{mfa} \cdot \text{deg}$$

$$zz := Z1 + \exp(i \cdot \theta) \cdot Zv \quad zz = 59.657 + 12.18i$$

$$Nz := \text{last}(zv) \quad Nz = 5 \quad ip := 0..Nz \quad zr_{ip} := Z1 + \exp(i \cdot \theta) \cdot zv_{ip}$$

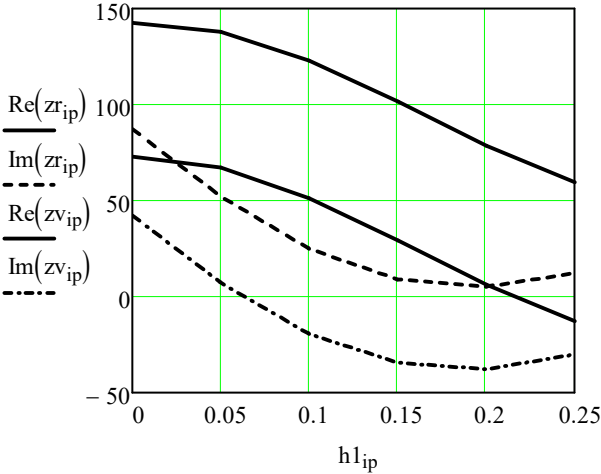
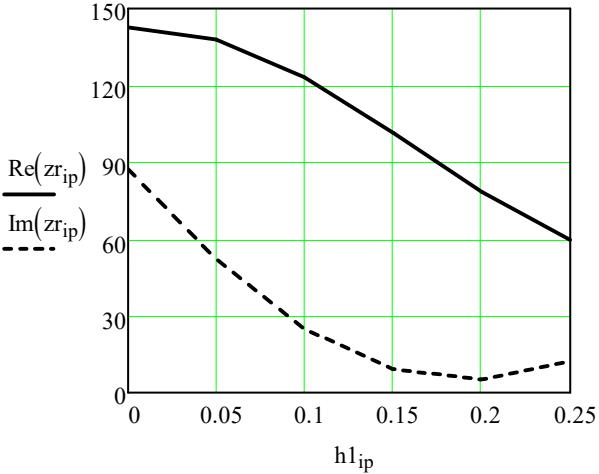
$$zrm_{ip} := Z1 + \exp(i \cdot \theta1) \cdot zv_{ip}$$

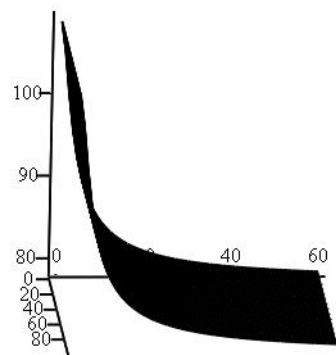
$$zv := \begin{pmatrix} 73.1 + i \cdot 42.4 \\ 67.3 + i \cdot 7.5 \\ 51.4 - i \cdot 19.2 \\ 29.3 - i \cdot 34.4 \\ 6.2 - i \cdot 37.5 \\ -12.5 - i \cdot 29.9 \end{pmatrix} \quad h := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad h1 := 0.5 \cdot h$$

$$zr = \begin{pmatrix} 142.667 + 87.439i \\ 138.095 + 52.357i \\ 123.142 + 25.116i \\ 101.589 + 9.149i \\ 78.612 + 5.241i \\ 59.657 + 12.18i \end{pmatrix}$$

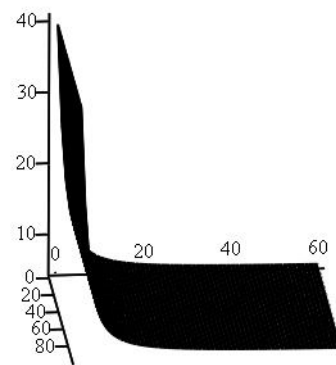
$$Zin_{ie,im} := Z1 + \exp\left(i \cdot \arg(ss11_{ie,im})\right) \cdot zv_4 \quad R_{ie,im} := \text{Re}(Zin_{ie,im}) \quad X_{ie,im} := \text{Im}(Zin_{ie,im}) \quad \max(R) = 109.034 \quad \min(R) = 78.612$$

$\max(X) = 40.111 \qquad \min(X) = 5.241$

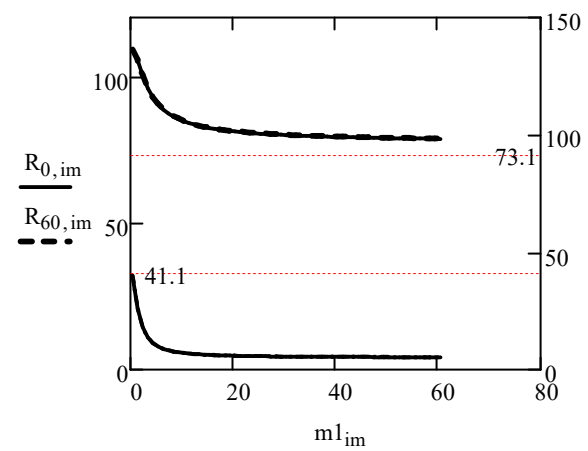




R



X



$$\left(\frac{\mu_L}{\varepsilon_L}\right))$$

$$= 6.406$$

$\ell_{11} := \min(\text{Ms11}) \quad \text{mfa} := \min(\text{faz11})$

$\mathcal{A}_{11} := \max(\text{Ms11})$

$\ell_{21} := \min(\text{Ms21})$

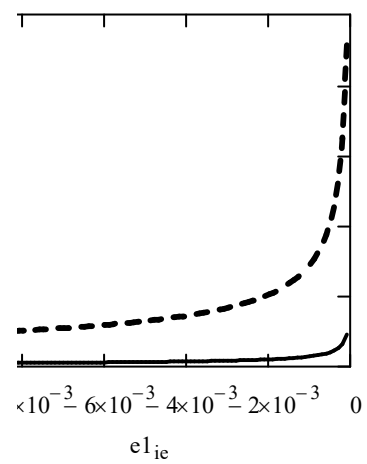
$\mathcal{A}_{21} := \max(\text{Ms21})$

mfa = 2.011

• $l_{60,im}$

60, im

\bullet $!_{60, \text{im}}$



$$\mathbf{zrm} = \begin{pmatrix} -2 + 0.1i \\ 3.8 + 35i \\ 19.7 + 61.7i \\ 41.8 + 76.9i \\ 64.9 + 80i \\ 83.6 + 72.4i \end{pmatrix}$$

$\frac{X_{0,im}}{X_{60,im}}$

$\frac{R_{ie,0}}{R_{ie,50}}$

$\frac{X_{ie,0}}{X_{ie,50}}$

