

# Вычисление диаграммы направленности горизонтального вибратора, расположенного над многослойной поверхностью Земли

1. Задание исходных данных для процедуры вычисления комплексных проницаемостей среды:

Исходные данные:

Частота  $f := 3 \cdot 10^8$        $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$

Максимальное число слоев  $N_{sm} := 3$

Параметры сред

Толщина слоев (м)      Относительные проницаемости сред

$$d := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0.04 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \epsilon_r := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mu := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \sigma := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Число слоев  $N_s := 3$

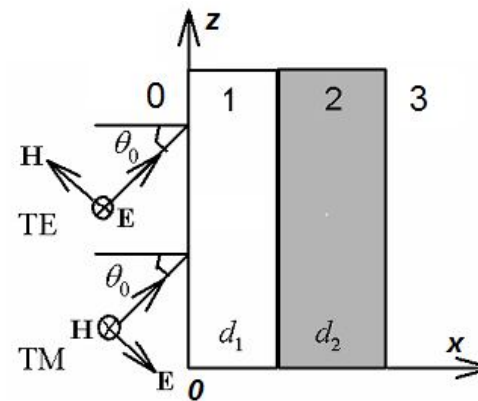


Рисунок 1 - Геометрия задачи

Постоянные величины:

-электрическая постоянная

$$\epsilon_0 := 8.854 \cdot 10^{-12}$$

- магнитная постоянная

$$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$$

- скорость света

$$c := 3 \cdot 10^8$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} := \epsilon_p - i \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0 \cdot \omega}$$

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 - 0.03i \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 - 0.03i \end{pmatrix}$$

## Расчетные величины

Циклическая частота

Период колебаний

$$T_p := \frac{1}{f}$$

Волновое число свободного пространства

$$k_0 := \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$$

Волновое сопротивление свободного пространства

$$W_0 := 120 \cdot \pi$$

Волновое число среды

$$k(l, \epsilon, \mu) := k_0 \cdot \sqrt{\epsilon_l \cdot \mu_l}$$

Волновое сопротивление среды

$$\underline{\underline{W}}(l, \epsilon, \mu) := W_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_l}{\epsilon_l}}$$

Длина волны в среде

$$\lambda(l, \epsilon, \mu) := \frac{2 \cdot \pi}{k(l, \epsilon, \mu)}$$

Зависимость угла преломления от угла падения

$$\theta_s(L, \epsilon, \mu, \varphi) := \arcsin \left( \sin(\varphi) \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \mu_0}{\epsilon_L \cdot \mu_L}} \right)$$

## Выражения для коэффициентов Френеля:

- параллельная поляризация (p)

Коэффициент отражения на  $l$ -й границе (между  $l$ -м и  $l+1$ -м слоем)

$$r_v(l, \epsilon, \mu, \varphi) := \frac{\epsilon_{l+1} \cdot k(l, \epsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \epsilon, \mu, \varphi)) - \epsilon_l \cdot k(l+1, \epsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \epsilon, \mu, \varphi))}{\epsilon_{l+1} \cdot k(l, \epsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \epsilon, \mu, \varphi)) + \epsilon_l \cdot k(l+1, \epsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \epsilon, \mu, \varphi))}$$

Коэффициент прохождения через  $l$ -ю границу (между  $l$ -м и  $l+1$ -м слоем)

$$tv(l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_{l+1} \cdot \varepsilon_{l+1} \cdot \varepsilon_l}{\mu_l}} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi))}{\varepsilon_{l+1} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi)) + \varepsilon_l \cdot k(l+1, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \varepsilon, \mu, \varphi))}$$

- перпендикулярная поляризация (s)

Коэффициент отражения на  $l$ -й границе (между  $l$ -м и  $l+1$ -м слоем)

$$rh(l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \frac{\mu_{l+1} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi)) - \mu_l \cdot k(l+1, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \varepsilon, \mu, \varphi))}{\mu_{l+1} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi)) + \mu_l \cdot k(l+1, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \varepsilon, \mu, \varphi))}$$

Коэффициент прохождения через  $l$ -ю границу (между  $l$ -м и  $l+1$ -м слоем)

$$th(l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \frac{2 \mu_{l+1} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi))}{\mu_{l+1} \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi)) + \mu_l \cdot k(l+1, \varepsilon, \mu) \cdot \cos(\theta_s(l+1, \varepsilon, \mu, \varphi))}$$

$$\underline{\underline{R}}(pol, l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \text{if}(pol = 0, rv(l, \varepsilon, \mu, \varphi), \text{if}(pol = 1, rh(l, \varepsilon, \mu, \varphi), \infty))$$

$$\underline{\underline{T}}(pol, l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \text{if}(pol = 0, tv(l, \varepsilon, \mu, \varphi), \text{if}(pol = 1, th(l, \varepsilon, \mu, \varphi), \infty))$$

pol=0 - вертикальная поляризация (p);  
pol=1 - горизонтальная поляризация (s)

Фазовый набег в  $l$ -м слое

$$fe(l, \varepsilon, \mu, \varphi) := \exp\left(2i \cdot k(l, \varepsilon, \mu) \cdot d_l \cdot \cos(\theta_s(l, \varepsilon, \mu, \varphi))\right)$$

Коэффициент отражения от верхнего слоя многослойной среды

$$\begin{array}{l}
 \text{Ro}(\text{Ns}, \text{pol}, \varepsilon, \mu, \varphi) := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{r01} \leftarrow \text{R}(\text{pol}, 0, \varepsilon, \mu, \varphi) \\
 \text{r12} \leftarrow 0 \\
 \text{r23} \leftarrow 0 \\
 \text{r12} \leftarrow \text{R}(\text{pol}, 1, \varepsilon, \mu, \varphi) \quad \text{if } \text{Ns} > 1 \\
 \text{r23} \leftarrow \text{R}(\text{pol}, 2, \varepsilon, \mu, \varphi) \quad \text{if } \text{Ns} > 2 \\
 \text{R} \leftarrow \frac{\text{r01} + \text{r12} \cdot \text{fe}(1, \varepsilon, \mu, \varphi) + \text{r01} \cdot \text{r12} \cdot \text{r23} \cdot \text{fe}(2, \varepsilon, \mu, \varphi) + \text{r23} \cdot \text{fe}(1, \varepsilon, \mu, \varphi) \cdot \text{fe}(2, \varepsilon, \mu, \varphi)}{1 + \text{r01} \cdot \text{r12} \cdot \text{fe}(1, \varepsilon, \mu, \varphi) + \text{r12} \cdot \text{r23} \cdot \text{fe}(2, \varepsilon, \mu, \varphi) + \text{r01} \cdot \text{r23} \cdot \text{fe}(1, \varepsilon, \mu, \varphi) \cdot \text{fe}(2, \varepsilon, \mu, \varphi)} \\
 \text{R}
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad \text{Ns} = 3$$

**Коэффициент деполяризации  
волны круговой поляризации  
после отражения от границы:**

$$\text{ke}(\text{Ns}, \varepsilon, \mu, \varphi) := \frac{(|\text{Ro}(\text{Ns}, 1, \varepsilon, \mu, \varphi)|)^2 - (|\text{Ro}(\text{Ns}, 0, \varepsilon, \mu, \varphi)|)^2}{(|\text{Ro}(\text{Ns}, 1, \varepsilon, \mu, \varphi)|)^2 + (|\text{Ro}(\text{Ns}, 0, \varepsilon, \mu, \varphi)|)^2}$$

## Построение графиков зависимостей коэффициентов Френеля от угла падения волны

$\varphi_N := 0$        $\varphi_K := 90$        $s\varphi := 1$       Вычисление числа точек графика

$$N\varphi := \text{ceil}\left(\frac{\varphi_K - \varphi_N}{s\varphi}\right) \quad N\varphi = 90$$

$i := 0..N\varphi$        $\varphi_{g_i} := \varphi_N + i \cdot s\varphi$        $\varphi_i := \varphi_{g_i} \cdot \text{deg}$

Вычисление амплитуды

- параллельная поляризация

- перпендикулярная поляризация

- коэффициент деполяризации

$$\text{Rvr}_i := \left(|\text{Ro}(\text{Ns}, 0, \varepsilon, \mu, \varphi_i)|\right)^1 \quad \text{Trvr}_i := \left(|\text{tv}(0, \varepsilon, \mu, \varphi_i)|\right)^2 \quad \text{Rhr}_i := \left(|\text{Ro}(\text{Ns}, 1, \varepsilon, \mu, \varphi_i)|\right)^1 \quad \text{Thr}_i := \left(|\text{rv}(0, \varepsilon, \mu, \varphi_i)|\right)^2 \quad \text{Pol}_i := \text{ke}(\text{Ns}, \varepsilon, \mu, \varphi_i)$$

Вычисление фазы

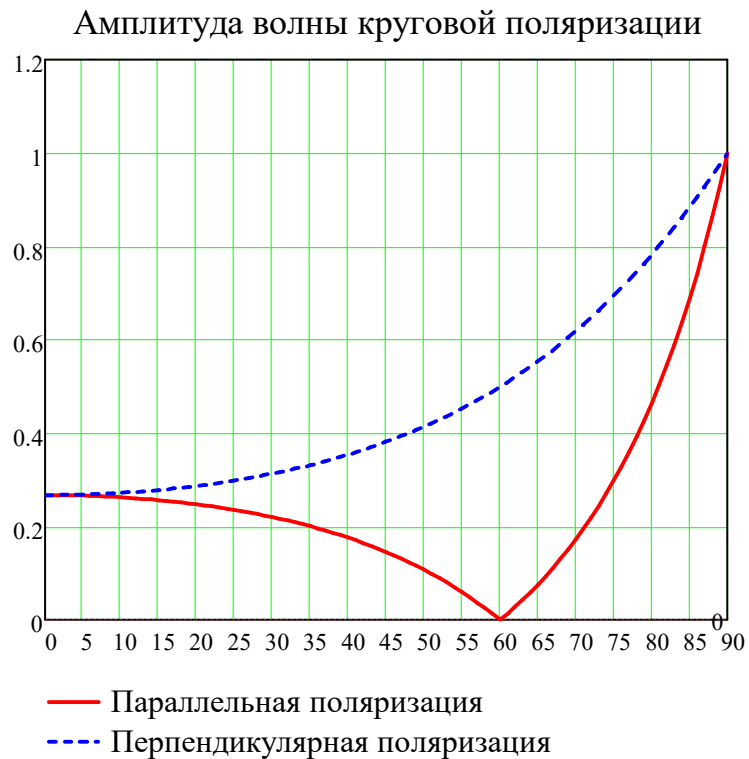
$$F_{vr_i} := \frac{\arg\left(\text{Ro}\left(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \varphi_i\right)\right)}{\text{deg}}$$

$$F_{hr_i} := \frac{\arg\left(\text{Ro}\left(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \varphi_i\right)\right)}{\text{deg}}$$

$$R_{vrg_i} := R_{vr_i}$$

$$R_{hrg_i} := \exp\left[i \cdot \left(F_{hr_0} - F_{vr_0}\right) \cdot \text{deg}\right] R_{hr_i}$$

### Зависимость коэффициентов Френеля от угла падения волны (одна граница)





## Вычисление интерференционного множителя:

$$V_m(R_m, R_f, H, \Delta) := \sqrt{1 + (R_m)^2 + 2 \cdot R_m \cdot \cos(2 \cdot k(0, \varepsilon, \mu) \cdot H \cdot \sin(\Delta) - R_f)}$$

$$v(R_m, R_f, H, \Delta, pp) := \operatorname{atan}\left(\operatorname{if}(pp > 0, -1, 1) \cdot \frac{R_m \cdot \sin(2 \cdot k(0, \varepsilon, \mu) \cdot H \cdot \sin(\Delta) - R_f)}{1 - R_m \cdot \sin(2 \cdot k(0, \varepsilon, \mu) \cdot H \cdot \sin(\Delta) - R_f)}\right)$$

## Вычисление составляющих поля:

$$R_{vr}(\varphi) := \left( \left| \operatorname{Ro}(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \varphi) \right| \right)^1 \quad R_{hr}(\varphi) := \left( \left| \operatorname{Ro}(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \varphi) \right| \right)^1$$

$$F_{vr}(\varphi) := \arg(\operatorname{Ro}(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \varphi)) \quad F_{hr}(\varphi) := \arg(\operatorname{Ro}(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \varphi))$$

### Параллельная (вертикальная) составляющая

$$E_{par}(\Delta, \phi, H, L) := \frac{\cos(k(0, \varepsilon, \mu) \cdot L \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\Delta)) - \cos(k(0, \varepsilon, \mu) \cdot L)}{1 - \cos(\phi)^2 \cdot \cos(\Delta)^2} \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\Delta) \cdot V_m \left[ \left( \left| \operatorname{Ro}\left(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right) \right| \right)^1, \arg\left(\operatorname{Ro}\left(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right)\right), H, \Delta \right] \cdot \exp$$

### Перпендикулярная (горизонтальная) составляющая

$$E_{pp}(\Delta, \phi, H, L) := \frac{\cos(k(0, \varepsilon, \mu) \cdot L \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\Delta)) - \cos(k(0, \varepsilon, \mu) \cdot L)}{1 - \cos(\phi)^2 \cdot \cos(\Delta)^2} \cdot \sin(\phi) \cdot V_m \left[ \left( \left| \operatorname{Ro}\left(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right) \right| \right)^1, \arg\left(\operatorname{Ro}\left(Ns, 0, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right)\right), H, \Delta \right] \cdot \exp \left[ i \cdot v \left[ \left( \left| \operatorname{Ro}\left(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right) \right| \right)^1, \arg\left(\operatorname{Ro}\left(Ns, 1, \varepsilon, \mu, \frac{\pi}{2} - \Delta\right)\right), H, \Delta \right] \right]$$

## Визуализация структуры электромагнитного поля

2. Высота подвеса вибратора, м

$$H := 0.25$$

3. Длина вибратора, длин волн

$$L := 0.25$$

Задание пространственного сектора по углу  $\Delta$   
(градусы):

$$\Delta 0 := 0$$

$$\Delta K := 90$$

$$d\Delta := 1$$

Задание пространственного сектора по углу  $\phi$   
(градусы):

$$\phi 0 := -180$$

$$\phi K := 180$$

$$d\phi := 1$$

Число точек массива

- столбцов

$$NT := \text{ceil}\left(\frac{\Delta K - \Delta 0}{d\Delta}\right)$$

$$NT = 90$$

- строк

$$Nf := \text{ceil}\left(\frac{\phi K - \phi 0}{d\phi}\right)$$

$$Nf = 360$$

Вычисление полей

$$j := 0..NT \quad \Delta_j := (\Delta 0 + j \cdot d\Delta) \cdot \text{deg} \quad \Delta g_j := \frac{\Delta_j}{\text{deg}} \quad i := 0..Nf \quad \phi_i := (\phi 0 + i \cdot d\phi) \cdot \text{deg} \quad \phi g_i := \frac{\phi_i}{\text{deg}}$$

$$E_{par_{i,j}} := E_{par}(\Delta_j, \phi_i, H, L) \quad E_{per_{i,j}} := E_{per}(\Delta_j, \phi_i, H, L)$$

Обработка результатов

$$E_{par_{i,j}} := |E_{par_{i,j}}| \quad E_{per_{i,j}} := |E_{per_{i,j}}| \quad EM_{i,j} := \sqrt{(E_{par_{i,j}})^2 + (E_{per_{i,j}})^2} \quad EMm_{i,j} := |EM_{i,j}|$$

$$m_{par} := \max(E_{par}) \quad m_{par} = 0.724 \quad E_{parm} := \frac{E_{par}}{m_{par}} \quad mM := \max(EMm) \quad mM = 1.182 \quad EMm := \frac{EMm}{mM}$$

$$m_{per} := \max(E_{per}) \quad m_{per} = 1.182 \quad E_{perm} := \frac{E_{per}}{m_{per}}$$



## Иллюстрация сечений диаграммы направленности вибратора

Tn1 := "Меридиональная плоскость:  $\phi=0$ "

Tn2 := "Экваториальная плоскость:  $\phi=90$ "

Задайте сечение ДН:

0 - меридиональная плоскость;

1 - экваториальная плоскость

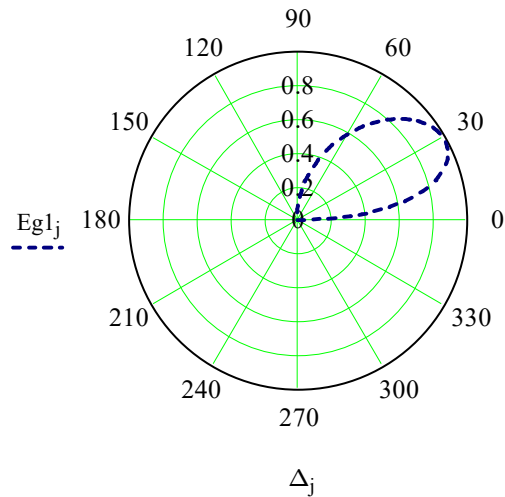
ps := 0

Tn := if(ps > 0, Tn2, Tn1)       $\phi I := \text{if}(\text{ps} > 0, 90, 0)$

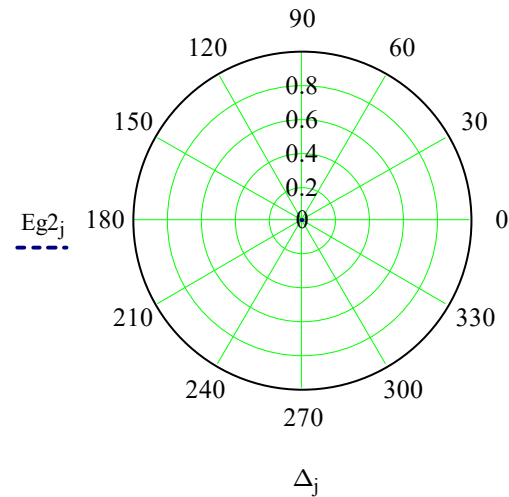
$\text{ns} := \text{ceil}\left(\frac{\phi I - \phi 0}{d\phi}\right)$       ns = 180       $\text{Eg1} := \left(E_{\text{perm}} T\right)^{\langle \text{ns} \rangle}$        $\text{Eg2} := \left(E_{\text{perm}} T\right)^{\langle \text{ns} \rangle}$

Tn = "Меридиональная плоскость:  $\phi=0$ "

Параллельная (вертикальная)  
составляющая



Перпендикулярная (горизонтальная)  
составляющая



$$\mathfrak{y}\left[\mathfrak{i}\cdot\mathfrak{v}\left[\left(\left|\operatorname{Ro}\left(\operatorname{Ns},0,\varepsilon,\mu,\frac{\pi}{2}-\Delta\right)\right|\right)^1,\arg\left(\operatorname{Ro}\left(\operatorname{Ns},0,\varepsilon,\mu,\frac{\pi}{2}-\Delta\right)\right),\operatorname{H},\Delta,0\right]\right]$$

$$\mathfrak{o}\left(\operatorname{Ns},1,\varepsilon,\mu,\frac{\pi}{2}-\Delta\right)\right)^1,\arg\left(\operatorname{Ro}\left(\operatorname{Ns},0,\varepsilon,\mu,\frac{\pi}{2}-\Delta\right)\right),\operatorname{H},\Delta,1\right]\right]$$